

Egyutas (független-mintás) ANOVA

Három vagy több független-mintás
átlag összehasonlítása

Adatfájlok

Spider.csv

Attractiveness.csv

sourcesOfSelf-esteem.csv

Mi az ANOVA

- **A**nalysis of **V**ariance
- Normál eloszlású, skála függő változó
- Nominális (vagy nominálisként kezelt ordinális) független változó
 - Egy független változó 3 vagy több szinttel: **Egyutas ANOVA**
 - Két vagy több független változó: **Faktoriális ANOVA**
- Kísérleti dizájn szerint:
 - ismételt méréses dizájn: **ismételt méréses (Repeated Measures) ANOVA**

Miért ANOVA

A t-próba csak akkor használható, ha két átlagot hasonlítunk össze

Ha több átlagunk van, miért nem végezhetünk minden pár átlagra egy t-próbát?

Mert egy $p = ,05$ eredmény azt jelenti, hogy 5 százalék annak az esélye, hogy a null hipotézis a helyes, vagyis 5% a téves “szignifikáns” döntés kockázata

- Minden újabb t-próbával egyre nő ez a kockázat
- 20 $p = ,05$ eredményű t-próbából egy biztosan csak a véletlen műve

Minél kevesebb statisztikai modellt használunk az elemzésre, annál kisebb a hibázás esélye.

Az ANOVA modell alapja

Eredménye: F arányszám (F ratio) =

$$\frac{\textit{Szisztematikus variancia}}{\textit{Random variancia (hiba)}}$$

Szisztematikus variancia: a kísérleti manipulációnak (a független változó hatásának) köszönhető variancia (különbségek az átlagok között)

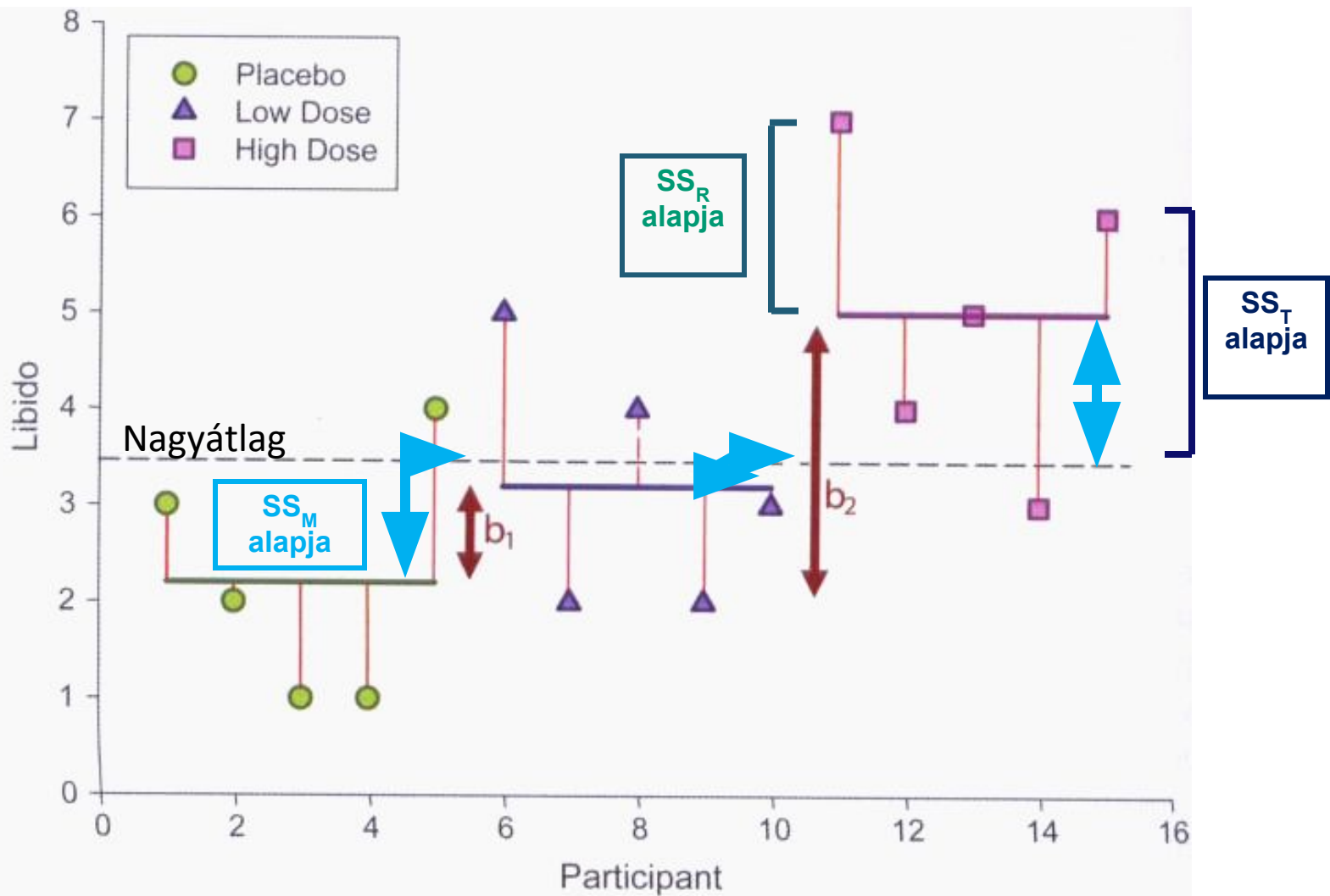
Random variancia (hiba): random különbségek a kísérleti személyek között

Ha a szisztematikus variancia nagy a hibavarianciához képest, szignifikáns eredményünk van: a független változó szignifikáns hatással van a függő változóra

Egyutas ANOVA

- Egy független változó 3 vagy több szinttel
- Független minták (minden kondíciót más csoport végez)
- Null hipotézis: az egyes csoportok átlagai nem különböznek a nagyátlagtól
- Feltétel: csoportok varianciáinak hasonlóknak kell lennie. Ha nem elég hasonlók, Welch korrekcióra van szükség.

A variancia felosztása



SS_M = a csoportátlagok és a nagyátlag közötti különbség

SS_R = az egyéni pontszámok és a csoportátlag közötti különbség

SS_T = az egyéni pontszámok és a nagyátlag közötti különbség

A variancia felosztása

SS_M = **M**odel **S**um of **S**quares: csoportok közötti variancia: a csoportátlagok és a nagyátlag közötti különbség (négyzetre emelve, a csoport létszámával súlyozva)

Ha szignifikáns különbség van a csoportok között, ez ez sok lesz a SS_R -hoz képest

SS_R = **R**esidual **S**um of **S**quares: csoporton belüli variancia: az egyes pontszámok és a csoport átlaga közötti különbség (négyzetre emelve, összeadva)

SS_T = **T**otal **S**um of **S**quares: az összes variancia: az egyes pontszámok és a nagyátlag közötti összes különbség

Mean Squares (MS_M és MS_R)

Az SS értékeket befolyásolja az elemszám. Ezek átlagát úgy kapjuk, hogy elosztjuk őket a megfelelő szabadságfokkal.

Szabadságfokok

$$df_{\text{total}} = N - 1 \text{ (az összes pontszám száma - 1)}$$

$$df_{M / \text{between}} = k - 1 \text{ (a csoportok száma - 1)}$$

$$df_{R / \text{within}} = N - k \text{ (a pontszámok száma - a csoportok száma)}$$

Az F arányszám

- A modell által magyarázott variancia (MS_M) osztva a hibavarianciával (MS_R)

$$F = \frac{MS_M}{MS_R}$$

- Az F arányszámnak van egy ismert eloszlása (amit befolyásol a modell szabadságfok és a reziduális szabadságfok):

<http://www.distributome.org/V3/calc/index.html>

- Az eloszlásból meg tudjuk állapítani annak az esélyét, hogy pusztán a véletlen eredményeként kaptuk az adott F értéket (vagyis annak az esélyét, hogy a null hipotézis a helyes): p érték

Képletek

$$SS_T = \sum (x_i - M_{grand})^2$$

$$SS_R = \sum (x_i - M_i)^2$$

$$SS_M = \sum n_i (M_i - M_{grand})^2$$

súlyozás a csoport létszámával

ANOVA táblázat

| | SS | df | MS | F | p |
|------------------------|----|----|----|---|---|
| Between (modell) | | | | | |
| Within (reziduális) | | | | | |
| Total | | | | | |

Példa kézzel számításra: Az igazságosság fogalma társadalmi berendezkedés szerint

Ultimátum játék: a pénz hányad részét ajánlják fel

| | Vadászó- gyűjtőgető | Földművel ő | Természet i erőforrás | Iparosodo tt |
|--------------|------------------------|----------------|--------------------------|-----------------|
| P1 | 28 | 32 | 47 | 40 |
| P2 | 36 | 33 | 43 | 47 |
| P3 | 38 | 40 | 52 | 45 |
| P4 | 31 | | | |
| Átlag | 33.25 | 35.0 | 47.33 | 44.0 |
| <i>N</i> | 4 | 3 | 3 | 3 |

Nagyátlag = 39.385 (Az összes pontszám osztva N-nel)

Táblázat: SS

| Source | SS | df | MS | F | p |
|------------------------|--------|----|----|---|---|
| Between (modell) | 461.64 | | | | |
| Within (reziduális) | 167.42 | | | | |
| Total | 629.08 | | | | |

Táblázat: szabadságfokok

| Source | SS | df | MS | F | p |
|------------------------|--------|----|----|---|---|
| Between (modell) | 461.64 | 3 | | | |
| Within (reziduális) | 167.42 | 9 | | | |
| Total | 629.08 | 12 | | | |

Táblázat: Mean Squares

| Source | SS | df | MS | F | p |
|------------------------|--------|----|--------|---|---|
| Between (modell) | 461.64 | 3 | 153.88 | | |
| Within (reziduális) | 167.42 | 9 | 18.60 | | |
| Total | 629.08 | 12 | | | |

Táblázat: az F arányszám

| Source | SS | df | MS | F | p |
|------------------------|--------|----|--------|------|---|
| Between (modell) | 461.64 | 3 | 153.88 | 8.27 | |
| Within (reziduális) | 167.42 | 9 | 18.60 | | |
| Total | 629.08 | 12 | | | |

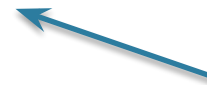
Táblázat: p érték

| Source | SS | df | MS | F | p |
|---------|--------|----|--------|------|------|
| Between | 461.64 | 3 | 153.88 | 8.27 | .000 |
| Within | 167.42 | 9 | 18.60 | | |
| Total | 629.08 | 12 | | | |

Hatásméret

Eta-négyzet (η^2) a modell által magyarázott variancia aránya

$$\eta^2 = \frac{SS_M}{SS_T}$$



Mire emlékeztet ez a regresszióelemzésből?

Omega-négyzet (ω^2): egy másik lehetőség

$$\omega^2 = \frac{SS_M - (df_M)(MS_R)}{SS_T + MS_R}$$

Hatásméret a példára

(η^2 és ω^2 összehasonlítása)

Hagyományosan:

Gyenge hatás: .01

Közepes hatás: .06

Erős hatás: .14

$$\eta^2 = \frac{SS_M}{SS_T} = \frac{461.64}{629.08} = .73$$

$$\omega^2 = \frac{SS_M - (df_M)(MS_R)}{SS_T + MS_R} = \frac{461.64 - 3 * 18.60}{629.08 + 18.60} = .62$$

Utóelemzések

Az F arányszám csak az mutatja meg, hogy volt-e hatása a független változónak.

Azt nem lehet megtudni belőle, hogy hol volt a hatás (a független változó melyik szintjeinél).

Ehhez utóelemzéseket kell végezni:

- Tervezett kontraszt: bizonyos szintek összehasonlítása hipotézis szerint
- Post-hoc páros összehasonlítás: minden szint minden más szinttel való összehasonlítása

Tervezett kontraszt

- Hipotézis:
 1. azok a társadalmak, ahol nem kell dolgozni a megélhetésért (természeti kincsek) különböznek azoktól, ahol dolgozni kell (minden más)
 2. A dolgozó társadalmakon belül különbség lesz a hagyományos földművelő és a modern ipari között
- Trend elemzés (polynomiális) amikor a csoportok sorrendbe rakhatók:
 - Lineáris
 - jólét szerint: természeti kincs > iparosodott > földművelő > vadászó
 - kvadratikus (egy fordulat a trendben)
 - kubikus (két fordulat), stb.

Tervezett kontraszt a JASP-pal

- **Deviation.** Az első kivétellel minden csoportot a nagyjátlaghoz hasonlít.
- **Simple.** Minden csoportot az első csoporthoz hasonlít.
- **Difference.** Minden csoportot az összes előtte lévő csoport átlagához hasonlít..
- **Helmert.** Minden csoportot az összes utána lévő csoport átlagához hasonlít.
- **Repeated.** Minden csoportot az eggyel utána következő csoporthoz hasonlít.
- **Polinomiális trend**

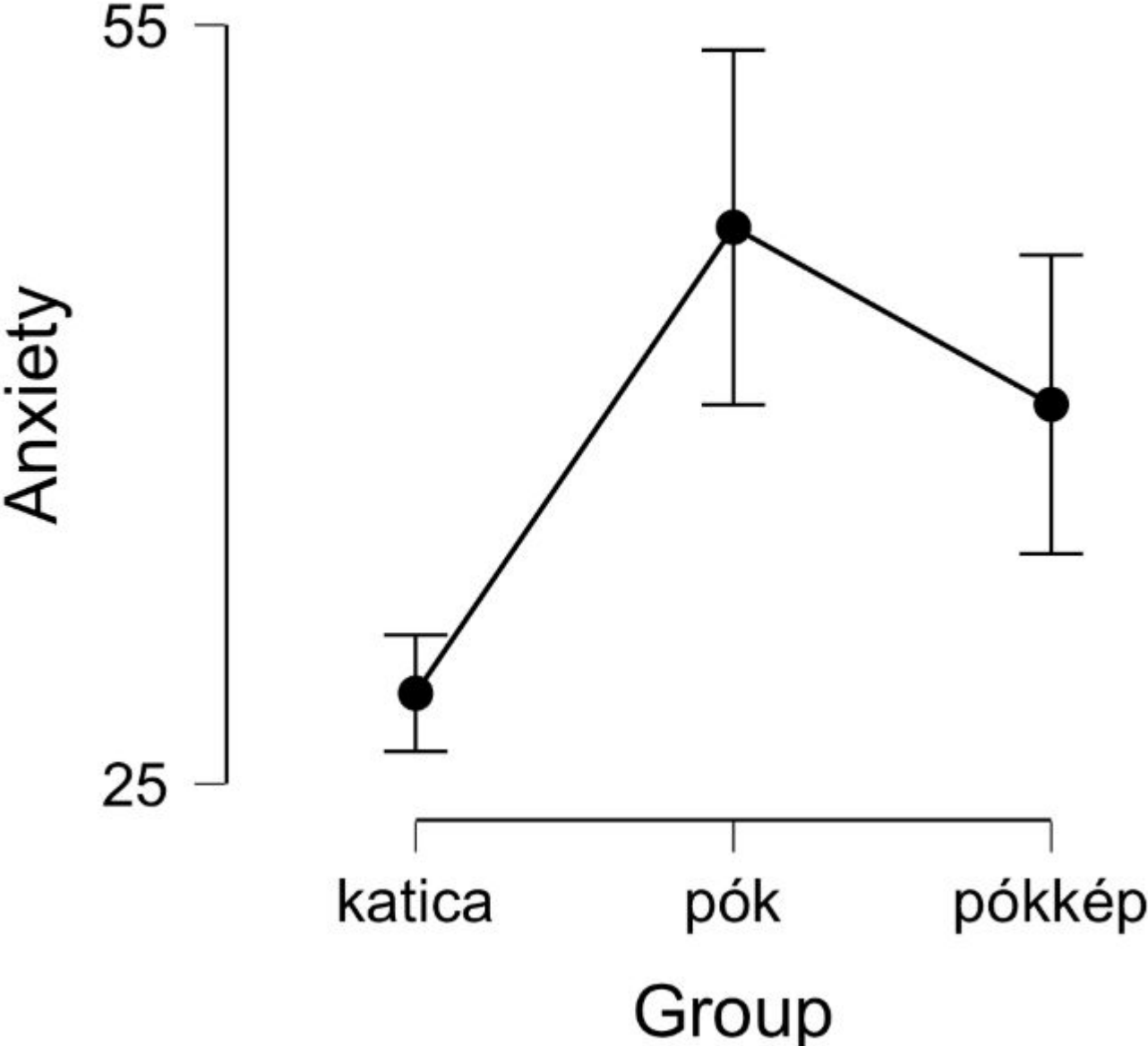
Post-hoc párosítás

- Hipotézis hiányában mindent mindennel összehasonlítunk, **a p érték hígulását matematikai módszerekkel kontrollálva:**
 - A JASP-ban elérhető módszerek:
 - Bonferroni (a legszigorúbb): t-próbák de a p-t megszorozza az összehasonlítások számával
 - Holm és Sidak: a Bonferroni kevésbé szigorú változatai
 - Tukey's Honest Significant Difference és Scheffe test: a t-próbát korigált képlettel számolják
 - Ha a csoportok varianciái nem egyenlőek (Levene teszttel mérhető)
 - Games-Howell: Tukey's módszer Welch korrekcióval

Spider.csv

- Arachnophobia kísérlet. A kísérleti személynek mutatnak:
 - egy pók képét
 - vagy egy élő pókot
 - vagy egy élő katicabogarat
- A kiváltott szorongást mérik (magasabb pont = nagyobb szorongás)

Descriptives Plot



JASP > ANOVA > ANOVA

Assumption Checks > Homogeneity tests

Assumption Checks ▼

Test for Equality of Variances (Levene's)

| F | df1 | df2 | p |
|------|------|-------|------|
| 7.47 | 2.00 | 33.00 | 0.00 |

nem egyenlők a varianciák

modell

Mivel szignifikáns a Levene,
Assumption checks > Homogeneity
corrections: Welch

Eta négyzet: Additional
Options > Estimates of
effect size

ANOVA - Anxiety

| Cases | Homogeneity Correction | Sum of Squares | df | Mean Square | F | p | η^2 |
|----------|------------------------|----------------|-------|-------------|-------|--------|----------|
| Group | Welch | 2074.06 | 2.00 | 1037.03 | 19.99 | < .001 | 0.46 |
| Residual | Welch | 2432.92 | 17.77 | 136.94 | | | |

Note. Type III Sum of Squares

reziduális

Contrasts

átlagok közötti
különbség

Mivel szignifikáns a Levene, a
kontraszt elemzéshez ki kell venni a
pipát az Assume equal variances elől

Helmert Contrast - Group

| Comparison | Estimate | SE | df | t | p |
|----------------------|----------|------|-------|-------|--------|
| katica - pók, pókkép | -14.92 | 2.33 | 29.87 | -6.40 | < .001 |
| pók - pókkép | 7.00 | 4.16 | 21.39 | 1.68 | 0.11 |

Post Hoc Tests > Correction: Tukey, Type: Games-Howell

Mivel szignifikáns a Levene,
Games-Howell post-hoc teszt kell

Post Hoc Tests

Games-Howell Post Hoc Comparisons - Group

| | | Mean Difference | SE | t | P _{Tukey} |
|--------|--------|-----------------|------|-------|--------------------|
| katica | pók | -18.42 | 3.35 | -5.49 | < .001 |
| | pókkép | -11.42 | 2.88 | -3.96 | 0.00 |
| pók | pókkép | 7.00 | 4.16 | 1.68 | 0.24 |

átlagok közötti
különbség

Eredmények jelentése

[...] Participants were exposed to a real ladybird, a picture of a spider or a real spider (N = 12 in each group). The anxiety of the three groups was measured. The mean level of anxiety was highest for the Real Spider group (M = 47.00, SD = 11.03), followed by the Picture Spider group (M = 40.00, SD = 9.29) and the Real Ladybird group showed the lowest level of anxiety (M = 28.58, SD = 3.63). A One-Way ANOVA with Welch's correction revealed that this difference was statistically significant ($F(2, 17.77) = 19.99, p < .001, \eta^2 = .46$).

tervezett kontraszt esetén...

Planned Helmert comparisons revealed a significant difference between the ladybird group and the two spider groups combined ($p < .001$) but not between the group who saw a picture of a spider and the group who saw a real spider ($p < .11$). That is, spiders caused significantly more anxiety than ladybirds and the mode of presentation made no difference.

post-hoc tesztek esetén ...

Games-Howell post hoc tests revealed a significant difference in anxiety between the Real Ladybird and Real Spider groups ($p < .001$) and between the Real Ladybird and the Picture Spider groups ($p < .001$). There was no significant difference, however, between the two spider conditions, i.e., spiders caused anxiety and the mode of presentation of spider did not have an effect.

Eredmények jelentése

[...] Az egyik csoport egy katicát, a másik egy élő pókot, a harmadik pedig egy pók képét látta (N = 12 mindhárom csoportban). A csoportok szorongását mértük. A szorongás átlagos szintje az élő pók csoportban volt a legmagasabb (M = 47,00; SD = 11,03), ezt követte a pók kép csoport (M = 40,00; SD = 9,29) és a katica csoport mutatta a legkisebb mértékű szorongást (M = 28,58; SD = 3,63). Egy egyutas ANOVA Welch korrekcióval szignifikáns hatást mutatott ($F(2; 17,77) = 19,99; p < ,001; \eta^2 = ,46$).

tervezett kontraszt esetén...

Egy Helmert kontrasztelemlés szerint szignifikáns különbség volt a katica csoport és a két pók csoport között ($p < ,001$), de az élő pókot látó és a pók képet látó csoport szorongási szintje nem különbözött egymástól ($p < ,11$). Tehát a pókok nagyobb mértékű szorongást okoztak, mint a katicabogár, és a pók bemutatásának módja nem számított.

post-hoc tesztek esetén ...

Games-Howell post hoc tesztek szerint szignifikáns különbség mutatkozott a katica csoport és az élő pók csoport szorongási szintje között ($p < ,001$) valamint a katica és a pók kép csoport szorongási szintje között ($p < ,001$). A két pókkondíció között azonban nem volt szignifikáns különbség, azaz a pókok a prezentáció módjától függetlenül okoztak szorongást a katicához képest.

Attractiveness.csv

Langlois & Roggman (1990) arcokat kombinált össze számítógéppel, és a kísérleti személyeknek az eredményül kapott arcok vonzóságát kellett megítélniük.

Független változó: hány arcot kombináltak: 2, 4, 8, 16, 32

Függő változó: vonzósági ítélet 5-pontos Likert skálán (5 = nagyon vonzó)